

# Modéliser des équations linéaires

## Résultats

### d'apprentissage

7<sup>e</sup> année, Les régularités et les relations, n°7

Modéliser et résoudre des problèmes qui peuvent être représentés par des équations linéaires des formes suivantes :

- $ax + b = c$
- $ax = b$
- $\frac{x}{a} = b, a \neq 0$

(où  $a$ ,  $b$ , et  $c$  sont des nombres entiers positifs), de façon concrète, imagée et symbolique.

[L, R, RP, V]

## Description

Une série de problèmes à résoudre est présentée aux élèves. Ils les modélisent chacun en utilisant des équations linéaires.

## Matériel

Copies des fiches reproductibles : « Régularités pré-algébriques »

## Activité

1. En équipes de 2, les élèves modélisent et résolvent les problèmes d'algèbre.
2. En discutant avec leur partenaire et en groupe, les élèves verbalisent les régularités et tentent de mathématiser les situations.

## Informations pour l'enseignant

Défiiez les élèves d'exprimer les régularités de chacun des problèmes de diverses manières. Ces manières pourraient inclure une phrase, une illustration, un tableau, un diagramme, des tuiles algébriques et une expression algébrique.

En faisant un transparent des fiches, au lieu de les photocopier, vous pouvez inviter les élèves à discuter en équipes de deux des solutions et expliquer leur raisonnement. Cela permet à l'enseignant de circuler, d'écouter, d'observer, de faire des appoints et d'évaluer la compréhension des élèves.

## Extension

Invitez les élèves à trouver des situations de régularités qui peuvent se modéliser à l'aide d'une expression algébrique.

Source : *Cartable Atelier de formation : Développement du sens des nombres*, Alberta Education, 2005.

**Fiche reproductible**

## Régularités pré-algébriques 1

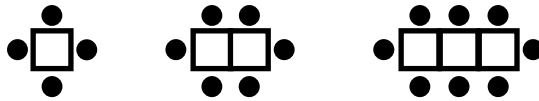
1. Le tableau suivant présente une régularité numérique.

Étape	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre	1	2	4	8	16	32	64	128

- Quelle est la première étape où le nombre est plus grand que 50?
- Si on poursuit la régularité, quel sera le nombre correspondant à l'étape 9?
- Décris la régularité observée dans la rangée « nombre ».

2. Les diagrammes suivants montrent une régularité dans le nombre de places autour d'un nombre croissant de petites tables.

Quelle est la valeur du nombre manquant dans chacun des tableaux suivants?



a)

Nombre de tables	1	2	3
Nombre de places	4	6	

b)

Nombre de tables	Nombre de places
1	4
2	6
3	8
4	

3. Examine le tableau suivant.

bus	lot	mal	raz	B
bis	lit	mil	A	bit

- Suggère un mot qu'on pourrait mettre à la place de A.
- Suggère deux mots qu'on pourrait mettre à la place de B.

## Régularités pré-algébriques 1

### Vocabulaire

- Aucun

### Notes

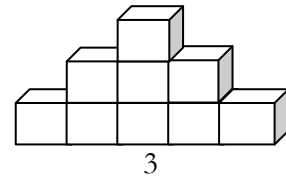
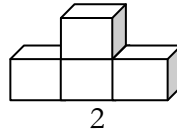
- Au numéro 3. b), « bet » n'est pas inclus dans la liste parce que ce n'est pas un mot français. Par contre, « bit » est inclus, car rien ne dit que la voyelle « i » ne peut pas être remplacée par un « i ». De plus, rien n'interdisant les accents, « bât » et « bût » ont aussi été inclus.

### Réponses

1. a) 7  
b) 256  
c) Chaque nombre est le double du précédent.
2. a) 8  
b) 10
3. a) riz  
b) bât, bat (de battre), bot, but, bût (de boire) ou bit

## Régularités pré-algébriques 2

1. Comment pourrait-on construire la quatrième forme de cette série?



2. Une horloge fait BONG toutes les heures et BING toutes les 15 minutes.

Par exemple, BONG BONG BING indique 2 h 15.

- a) Quelle heure est-il quand l'horloge fait BONG BONG BONG BING BING?  
 b) Qu'entendras-tu s'il est 1 h 45?

3. Si «  $c$  » représente le nombre de chats qui se trouvent dans la cour d'école, quelle situation pourrait décrire chacune des expressions «  $c - 3$  » et «  $c / 2$  »?

4. Quand on double l'âge de Carole et qu'on y ajoute 10, on obtient l'âge de sa mère. Écris une expression mathématique montrant l'âge de sa mère. Indique ce que la variable représente.

5. Le tableau qui suit indique le nombre de carrés dans une régularité.

Terme	1	2	3	4
Nombre de carrés	1	3	5	7

- a) Combien de carrés comporterait le terme 5?  
 b) Écris une expression mathématique qui te permettrait de déterminer le nombre de carrés de n'importe quel terme.

## Régularités pré-algébriques 2

### Vocabulaire

- Aucun

### Notes

- Il est important que les élèves indiquent toujours ce que la variable représente.

### Réponses

1. Réponses possibles :
  - Placer l'objet du terme 3 sur une rangée de 7 blocs.
  - Ajouter 7 blocs sous l'objet du terme 3.
  - ...
2. a) 3 h 30  
b) BONG BING BING BING
3. a) Réponses possibles :
  - Le nombre de chats dans la cour d'école lorsque 3 chats sont partis.
  - ...b) Réponses possibles :
  - Le nombre de chats que les employés de la fourrière ont capturés si la moitié des chats se sont échappés.
  - ...
4. Disons que  $a$  représente l'âge de Carole. L'âge de sa mère est :  $2a + 10$ .
5. a) 9  
b) Disons que le terme est  $t$ . Le nombre de carrés qu'il comporte est :  $2t - 1$ .

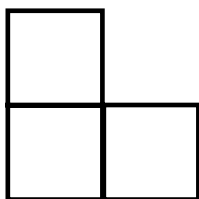
## Régularités pré-algébriques 3

1. Il y a plusieurs régularités dans la liste de prénoms suivante.

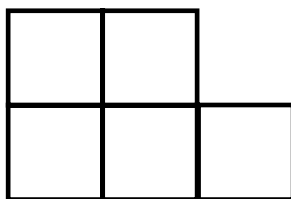
Anne, Bruno, Carole, Dominic, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_

- Indique deux de ces régularités.
- Quel pourrait être le cinquième terme de cette liste de prénoms? Pourquoi?

2.



1



2



3

- Construis un tableau indiquant les termes et le nombre croissant de carreaux de la régularité qui précède.
- Comment pourrait-on trouver le nombre de carreaux du septième terme?
- Écris, pour décrire la régularité illustrée ci-dessus, une expression algébrique indiquant le nombre total de carreaux, lorsque  $t =$  terme.

## Régularités pré-algébriques 3

### Vocabulaire

- Aucun

### Notes

- Au numéro 1. b), il est acceptable que les élèves suggèrent un nom qui satisfait seulement à deux des régularités qu'ils ont relevées au numéro 1. a).

### Réponses

- Réponses possibles :
    - La régularité est alphabétique.
    - Il y a une lettre de plus à chaque prénom.
    - Il y a alternance des prénoms de fille et de garçon.
  - Éléonora, Élisabel, Élisette, Élodiane, Émeraude, Emmélise, Esterina, Esthelle sont acceptables, parce que ces prénoms satisfont aux trois conditions relevées au numéro 1. a), à savoir : prénom de fille commençant par un « E » et comportant 8 lettres.

2. a)	Terme	1	2	3	4
	Nombre de carreaux	3	5	7	9

- On pourrait trouver le nombre de carreaux du terme 7 en :
  - dessinant toutes les figures et en comptant les carreaux de la figure 7;
  - prolongeant le tableau construit au numéro 2. a);
  - créant une expression algébrique comme au numéro 2. c) et en remplaçant la variable par 7;
  - ...
- Lorsque  $t = \text{terme}$ , le total des carreaux est  $2t + 1$ .



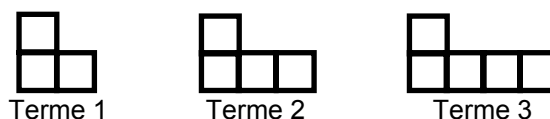
## Régularités pré-algébriques 4

1. Le tableau suivant indique le nombre de triangles d'une régularité.

Terme	1	2	3	4
Nombre de triangles	2	3	4	5

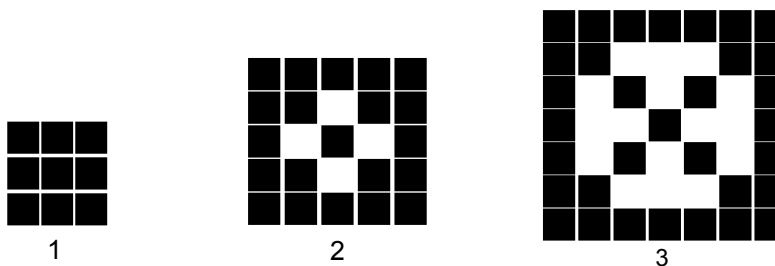
- Trouve le nombre de triangles du terme 10.
- Donne une règle pour décrire le nombre de triangles de n'importe quel terme.

2. Un nombre de carreaux va en augmentant selon la régularité que voici :

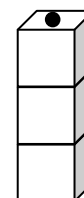


- Dessine le terme 4 de la régularité.
- Construis un tableau indiquant le nombre de carreaux de chacun des 5 premiers termes.

3. Construis ou dessine le quatrième terme de la séquence suivante. Justifie ta réponse.



4. Trois dés sont empilés les uns sur les autres.  
Le nombre apparaissant sur la face supérieure du dé du haut est le 1.



- Quelle est la somme des nombres se trouvant sur les faces opposées d'un dé ordinaire?
- Quelle est la somme des nombres cachés de la pile de 3 dés? Explique-toi.

## Régularités pré-algébriques 4

### Vocabulaire

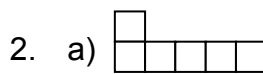
- règle
- séquence
- dé ordinaire

### Notes

- Au numéro 3, amenez les élèves à discuter des régularités qu'ils ont relevées pour justifier leur représentation du terme 4. Parmi les régularités possibles :
  - Carreaux pleins : 9; 21; 33; ...
  - Dimensions des figures :  $3 \times 3$ ;  $5 \times 5$ ;  $7 \times 7$ ; alors  $9 \times 9$  pour la figure suivante. Le périmètre et les diagonales de toutes les figures sont faits de carreaux pleins.
  - Carreaux pleins :  $3^2 - 0^2$ ;  $5^2 - 2^2$ ;  $7^2 - 4^2$ ; donc  $9^2 - 6^2$  pour la figure suivante.
- Au numéro 4, assurez-vous d'avoir des dés à portée de la main pour permettre aux élèves de confirmer que la somme des faces opposées est toujours 7.

### Réponses

- 11 triangles
  - Le nombre de triangles correspond au terme, plus 1.

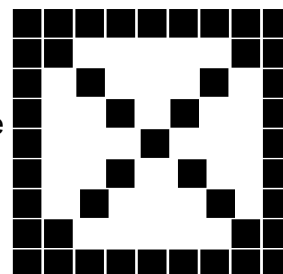


b)

Terme	1	2	3	4	5
Nombre de carreaux	3	4	5	6	7

- Réponses possibles :

$33 + 12 = 45$  carreaux devraient être ombrés. Tous les carreaux des diagonales de la figure (grand carré) sont ombrés.



- 7
  - Si on peut voir 4 faces de chaque dé, la somme des nombres cachés est  $6 + 7 + 7 = 20$ . [6 est le nombre de la face inférieure du dé du haut.]

## Régularités pré-algébriques 5

- Écris une expression mathématique indiquant :
  - un nombre,  $n$ , augmenté de 3;
  - le nombre d'oiseaux,  $t$ , dans un nid lorsque 2 oiseaux se sont envolés;
  - l'âge de ton frère, s'il a 1 an de moins que deux fois ton âge.
- Complète le tableau suivant à l'aide de la règle : « Le nombre de personnes est égal à un de plus que le triple du terme ».

Terme	1	2	3	4
Nombre de personnes				

- Le tableau suivant indique le nombre de triangles dans une régularité croissante.

Terme	1	2	3	4
Nombre de triangles	2	5	8	

- De combien de triangles se compose le terme 4?
  - Si  $x$  est le terme et  $y$ , le nombre de triangles, trace un graphique illustrant la régularité dans le tableau.
- Trouve les coordonnées de tous les points situés sur l'axe des  $y$  à 3 unités sous l'axe des  $x$ .
    - Trouve les coordonnées de tous les points situés à 4 unités de l'axe des  $x$  et 1 unité à droite de l'axe des  $y$ .
    - PQRS est un carré tel que  $P = (2, 1)$ ,  $Q = (2, 7)$  et  $R = (8, 7)$ . Détermine S.
    - On effectue une réflexion de PQRS par rapport à l'axe des  $x$  pour obtenir le carré  $P_1Q_1R_1S_1$ . Trouve les coordonnées de  $P_1$ ,  $Q_1$ ,  $R_1$  et  $S_1$ .

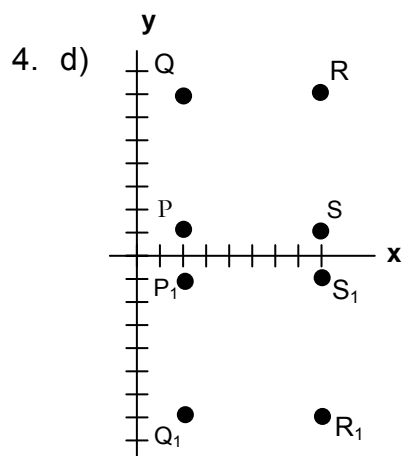
## Régularités pré-algébriques 5

### Vocabulaire

- Aucun

### Notes

- Au numéro 3, les élèves devraient discuter de la relation entre le terme ( $x$ ) et entre le nombre de triangles et ( $y$ ).
- Le numéro 4 est une révision de la Partie H.
- L'ordonnée des points situés sur l'axe des  $x$  est 0, tout comme l'abscisse des points situés sur l'axe des  $y$  est 0.

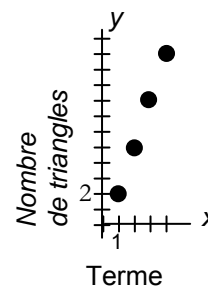


### Réponses

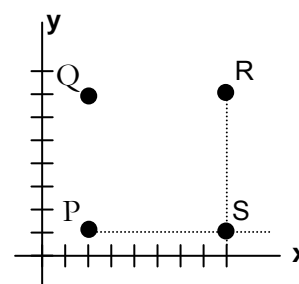
- $n + 3$
  - $t - 2$
  - $2n - 1$ , où  $n =$  l'âge de celui qui répond

2. Terme	1	2	3	4
Nombre de personnes	4	7	10	13

- 11 triangles
  -



- $(0, -3)$
  - $(1, 4)$  et  $(1, -4)$
  - $S = (8, 1)$



- $P_1 = (2, -1)$  ;  $Q_1 = (2, -7)$  ;  $R_1 = (8, -7)$  ;  
 $S_1 = (8, -1)$  [Voir le diagramme à gauche.]

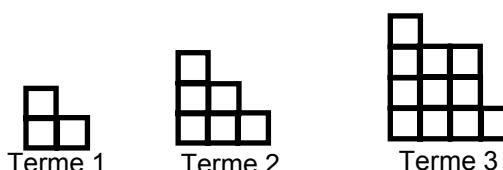
## Régularités pré-algébriques 6

1. Le tableau suivant indique le nombre de triangles d'une régularité.

Terme	1	2	3	4
Nombre de triangles	3	5	7	9

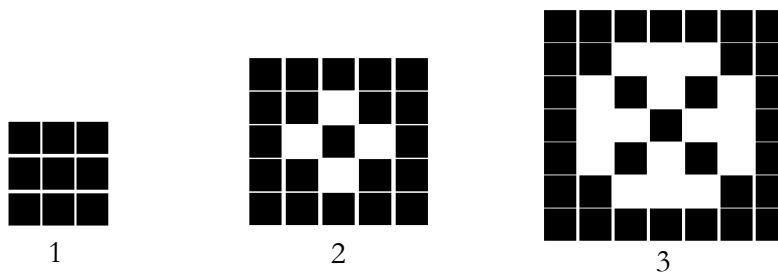
- Trouve le nombre de triangles du terme 10.
- Donne une règle pour décrire le nombre de triangles de n'importe quel terme.

2. Un nombre de carreaux va en augmentant selon la régularité suivante.



- Combien de carreaux faut-il pour produire le terme 4?
- Donne une expression décrivant le nombre de carreaux de n'importe quel terme.

3. Construis ou dessine le quatrième terme de la séquence suivante. Justifie ta réponse.



4. Cinq dés sont empilés les uns sur les autres.  
Le nombre apparaissant sur la face supérieure du dé du haut est le 1.

- Quelle est la somme des nombres cachés?
- Quelle est la somme de tous les nombres visibles?



## Régularités pré-algébriques 6

### Vocabulaire

- produire

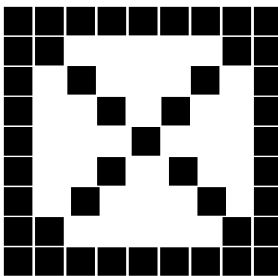
### Notes

- Le numéro 3 est identique à celui de la page 99.
- Au numéro 3, amenez les élèves à discuter des régularités qu'ils ont relevées pour justifier leur représentation du terme 4. Parmi les régularités possibles :
  - Carreaux pleins : 9; 21; 33; ...
  - Dimensions des figures :  $3 \times 3$ ;  $5 \times 5$ ;  $7 \times 7$ ; alors  $9 \times 9$  pour la figure suivante. Le périmètre et les diagonales de toutes les figures sont faits de carreaux pleins.
  - Carreaux pleins :  $3^2 - 0^2$ ;  $5^2 - 2^2$ ;  $7^2 - 4^2$ ; donc  $9^2 - 6^2$  pour la figure suivante.
- Au numéro 4, assurez-vous d'avoir des dés à portée de la main pour permettre aux élèves de confirmer que la somme des faces opposées est toujours 7.

### Réponses

- a) 21 triangles
  - b) Le nombre de triangles correspond au terme, plus 1.
- a) 18 carreaux
  - b)  $n^2 + 2$ , où  $n$  représente le terme.
- Réponses possibles :
 

$33 + 12 = 45$   
carreaux devraient être ombrés. Tous les carreaux des diagonales de la figure (grand carré) sont ombrés.


- a) 34 ( $6 + 7 + 7 + 7 + 7$ )
  - b) 71 ( $1 + 14 + 14 + 14 + 14 + 14$ )

## Régularités pré-algébriques 7

- Écris une expression mathématique indiquant :
  - un nombre,  $t$ , dont on a soustrait 5;
  - le nombre de bonbons dans un bol avant que tu en ajoutes une douzaine d'autres;
  - l'âge de ton frère, s'il a dix ans de plus que la moitié de ton âge.
- Complète le tableau qui suit à l'aide de la règle : « Le nombre de carreaux est le produit de 4 par la somme du terme et de 1 ».

Terme	1	2	3	...	8
Nombre de carreaux					

- Le tableau suivant indique un nombre de triangles dans une régularité croissante.

Terme	1	2	3	4
Nombre de triangles	1	5	9	13

- Si  $x$  est le terme, écris une expression mathématique du nombre de triangles.
  - Si  $x$  est le terme et  $y$ , le nombre de triangles, trace un graphique illustrant la régularité existant dans le tableau.
- Trouve les coordonnées de tous les points situés sur l'axe des  $y$  à 3 unités de l'axe des  $x$ .
    - Trouve les coordonnées de tous les points situés à 4 unités de l'axe des  $x$  et à 1 unité de l'axe des  $y$ .
    - PQRS est un carré tel que  $P = (2, 1)$  et  $Q = (2, 7)$ . Détermine R et S s'ils sont dans le même quadrant que P et Q.
    - On effectue une réflexion de PQRS par rapport à l'axe des  $x$ , puis du carré obtenu par rapport à l'axe des  $y$  pour produire le carré  $P_2Q_2R_2S_2$ . Détermine les coordonnées de  $P_2$ ,  $Q_2$ ,  $R_2$  et  $S_2$ .

## Régularités pré-algébriques 7

### Vocabulaire

- quadrant

### Notes

- Au numéro 2, l'expression algébrique est  $4(n + 1)$ , où  $n$  représente le terme.

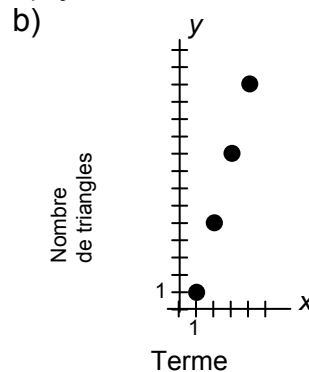
### Réponses

- $t - 5$
  - $c + 12$ , où  $c$  est le nombre de bonbons avant l'ajout de la douzaine.
  - $\frac{n}{2} + 10$  ou  $\frac{1}{2}n + 10$ , où  $n$  est l'âge de celui qui répond.

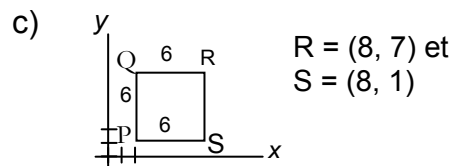
2.

Terme	1	2	3	...	8
Nombre de carreaux	8	12	16		36

- $y = 4x - 3$



- $(0, 3)$  et  $(0, -3)$
  - $(1, 4)$ ;  $(1, -4)$ ;  $(-1, 4)$ ;  $(-1, -4)$



- $P_2 = (-2, -1)$ ;  $Q_2 = (-2, -7)$ ;  $R_2 = (-8, -7)$  et  $S_2 = (-8, -1)$